**ECUACIONES SIMULTÁNEAS**

#### Dos o más ecuaciones con dos o más incógnitas son SIMULTÁNEAS cuando se satisfacen para iguales valores de las incógnitas.

#### MCj03907860000[1]

#### Así, las ecuaciones x + y = 5

 x – y = 1

Son simultáneas porque x = 3, y = 2 satisfacen ambas ecuaciones.

#### ECUACIONES EQUIVALENTES

Son las que se obtienen una de la otra.

Así: x + y = 4

 2x - y = 8

Son ecuaciones equivalentes porque dividiendo por 2 la segunda ecuación se obtiene la primera.

Las ecuaciones equivalentes tienen **infinitas**  soluciones comunes. Ecuaciones **independientes** son las que no se obtienen una de la otra.

SISTEMAS DE ECUACIONES

Un sistema de ecuaciones es la reunión de dos o más ecuaciones con dos o más incógnitas.

Así: 2x + 3y = 13

 4x - y = 5

Es un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

**Solución de un sistema de ecuaciones** es un grupo de valores de las incógnitas que satisface todas las ecuaciones del sistema. La solución del sistema anterior es x = 2, y = 3; un conjunto de ecuaciones es **posible** o **compatible** cuando tienen solución.

Un sistema compatible es **determinado** cuando tiene una sola solución e **indeterminado** cuando tienen infinitas soluciones.

**SOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES**

**![MCj02390110000[1]]()**Para resolver un sistema de esta clase, es necesario obtener, a partir de las dos ecuaciones dadas, una ecuación con una **incógnita.**  Esta operación se llama **eliminación.**

# METODOS DE ELIMINACIÓN MÁS USUALES

Un sistema de ecuaciones es la reunión de dos o más ecuaciones con dos o más incógnitas.

Así por ejemplo:

2x + 3y = 13

 4x – y = 5

Es un sistema de dos ecuaciones lineales (o de primer grado) con dos incógnitas.

La solución de un sistema de ecuaciones es un grupo de valores de las incógnitas que satisfacen todas las ecuaciones del sistema, por ejemplo la solución del sistema anterior es: x = 2; y = 3.

Podemos decir además que un sistema de ecuaciones es **soluble**cuando tiene solución y es **no soluble** cuando no tiene solución. Un sistema soluble es **determinado** cuando tiene una sola solución e **indeterminado** cuando tiene infinitas soluciones.

Entonces:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **GRÁFICA DE LAS FUNCIONES** | **NÚMERO DE SOLUCIONES** | **TERMINOLOGÍA** |
| Rectas que se interceptan | Una  | Soluble y determinado |
| La misma recta (rectas coincidentes) | Infinitas | Soluble e indeterminado |
| Rectas paralelas | Ninguna  | No soluble |

**Por ejemplo:**

* Determina el número de soluciones de cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

**1.** 6x + y = 8 **(1)**

12x + 2y = 25 **(2)**

Despejemos “y” en ambas ecuaciones:

En la ecuación **(1)**

**y = 8 – 6x**

En la ecuación **(2)**

2y = 25 – 12x

y =****

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **x** | 0 | 1 | 2 |
| **y** | 8 | 2 | -4 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **x** | 0 | 1 | 2 |
| **y** | 12.5 | 6.5 | 0.5 |

* Realicemos las tablas de valores
* Organicemos los pares ordenados

(0, 8), (1, 2), (2, -4)

(0, 12.5), (1, 6.5), (2, 0.5)

* Realicemos la gráfica

Luego, el sistema no tiene solución

**2.** 2x + 6y = 8 **(1)**

 x + 3y = 4 **(2)**

* Despejemos “y” en ambas ecuaciones:

En la ecuación **(1)** En la ecuación **(2)**

6y = 8 – 2x 3y = 4 – x

** **

* Realicemos las tablas de valores, para ello podemos tomar sólo dos puntos, pues, dos puntos determinan una línea recta

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **x** | 0 | 1 |
| **y** | 1.33 | 1 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **x** | 0 | 1 |
| **y** | 1.33 | 1 |

* Organicemos los pares ordenados

(0, 1.33), (1, 1)

(0, 1.33), (1, 1)

* Realicemos la gráfica



De acuerdo con la gráfica podemos concluir que este sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones

**3.** 3 x - y = 1 **(1)**

 4 2

 2x + y = 5 **(2)**

* Despejemos y en ambas ecuaciones:

En la ecuación **(1)** En la ecuación **(2)**

 - y = 1 - 3 x **y = 5 – 2x**

 2 4

**y = - 1 + 3 x**

 **2 4**

* Realicemos las tablas de valores, recordemos que para ello podemos tomar sólo dos puntos, pues, dos puntos determinan una línea recta

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **x** | 0 | 1 |
| **y** | 5 | 3 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **x** | 0 | 2 |
| **y** | -1 / 2 | 1 |

* Organicemos los pares ordenados

(0, 5), (1, 3)

(0, -1 / 2), (2, 1)

* Realicemos la gráfica



Podemos ver que el sistema de ecuaciones tiene **solución única**: x = 2, y = 1, o sea, que el conjunto solución es **S = {2,1}**

**Ejemplo:**

Resolver por el método de igualación el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

 2x +7y = 11

 3x +4y = 10

a. despejamos “x” en las dos ecuaciones:

 x = 11 – 7y x = 10 - 4y

 2 3

b. igualamos las expresiones obtenidas así:

 11 – 7y = 10 - 4y

 2 3

c. como ya tenemos una sola ecuación con una sola incógnita, procedemos a resolver la ecuación para “y”:

3(11 – 7y) = 2(10- 4y)

 33 – 21y = 20 – 8 y

 33 – 20 = -8y + 21y

 13 = 13 y

 13y = 13

 y = 13 / 13

 y = 1

Como y = 1, lo sustituimos en alguna de las ecuaciones del sistema para hallar el valor de “x”.

Tomando por ejemplo la primera ecuación tenemos que:

2x + 7(1) = 11, entonces x = 2

Luego, los valores obtenidos son: y = 1; x = 2

Es decir, que el conjunto solución es: **S = {2,1}**

**Nota importante**:

Al utilizar éste método se puede hacer lo siguiente:

* 1. Despejar en las dos ecuaciones la misma variable.
	2. Igualar las expresiones obtenidas.
	3. Resolver la ecuación para la otra variable.
	4. Reemplazar el valor de la variable obtenida para hallar el valor de de la otra
	5. Comprobar su validez reemplazando los valores de las incógnitas en las ecuaciones originales y expresar la solución.

Se aclara que este proceso es una forma de realizar la operación fácilmente, lo cual no quiere decir que sea una serie de pasos que necesariamente se tengan que aprender de memoria.

* Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales por el método de igualación

 5x + 6y = 20 **(1)**

 4x – 3y = -23 **(2)**

**SOLUCIÓN**

Despejemos “**y”** en ambas ecuaciones

En la ecuación **(1)** En la ecuación **(2)**

6y = 20 - 5x -3y = -23 – 4x

**y = 20 – 5x y = 23 + 4x**

 **6 3**

Luego**, IGUALAMOS** las expresiones obtenidas así:

20 – 5x =23 + 4x

 6 3

3(20 – 5x) = 6(23 + 4x)

 60 – 15x = 138 + 24x

-15x – 24x = 138 – 60

 -39x = 78

 x = -78/39

 x = -2

Reemplazamos este valor x = -2 en la ecuación (1) y tenemos:

5(-2) + 6y = 20

-10 + 6y = 30

 6y = 20 + 10

 y = 30 / 6

 y = 5

**Solución: x = -2, y = 5**

**S ={-2, 5}**

**Verifiquemos**

En la ecuación (1) En la ecuación (2)

5(-2) + 6(5) = 20 4(-2) – 3(5) = -23

 -10 + 30 = 20 -8 – 15 = -23

 20 = 20 -23 = -23

**Otro ejemplo:**

Resolver el sistema:

 3x + y = 5

 

Despejemos “x” en las dos ecuaciones:  ;

 Igualemos las expresiones anteriores:  = 

Como ya tenemos una sola ecuación con una sola incógnita, procedemos a resolver la ecuación para “y”:

5 – y =1 +2y

 5 -1 = 2y + y

 4= 3y

 y = 4 / 3

Como y = 4 / 3, lo sustituimos en alguna de las ecuaciones para hallar el valor de “x”.

Tomando por ejemplo la primera ecuación tenemos que:

, Entonces 

Luego, los valores que buscábamos eran: y =4 / 3; x = 11 / 9, es decir, **S =** {, 4}

**Resolvamos situaciones**

Plantear las ecuaciones y resolverlas por igualación:

El doble de un número más el triple del otro número es igual a 13 y el triple del primer número menos el segundo número es igual a 3.

**Solución**

Sea x el primer número

Sea y el otro número

2x +3y = 13

3x – y = 3

Despejamos “x” en ambas ecuaciones y tenemos que:

 ; 

Igualamos las expresiones anteriores

39 – 9y = 6 + 2y

 39-6 = 2y + 9y

 33 = 11y

 y = 33 / 11

 y = 3

Como y = 3, lo sustituimos en alguna de las ecuaciones para hallar el valor de x.

Tomando por ejemplo la segunda ecuación tenemos que:

3x – 3 = 3,

Entonces x = 2 Luego, los valores que buscábamos eran: **y = 3; x = 2**

Después de realizar los ejemplos anteriores, ahora sí los estudiantes se organizaran por tríos y se les entregará la guía ejercicios N° 1. (Ver en el anexo 1, Guía de ejercicios N° 1)

**OTROS EJEMPLOS**

**1**. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por el método de igualación.

**a.** 7x – 4y = 1

 4x + 3y = 27

Despejamos “y” de las dos ecuaciones:



Igualamos las expresiones obtenidas:

=

Resolvemos la ecuación para x:

 -3 + 21x = 108 – 16x

21x +16x = 108 + 3

 37x = 111

 x = 111 / 37

 x = 3

Como x = 3, lo sustituimos en alguna de las ecuaciones para hallar el valor de y.

Tomando por ejemplo la segunda ecuación tenemos que:

4(3) + 3y = 27, entonces y = 5

Luego, los valores que buscábamos eran: **y = 5; x = 3**

Es decir que el conjunto solución es: S ={3,5}

**b.** 6x + y = 10 **(1)**

 4x - y = 0 **(2)**

Despejemos y en ambas ecuaciones:

En la ecuación **(1)**

y = 10 – 6x

En la ecuación **(2)**

-y = 0 – 4x

 y = 4x

IGUALAMOS estos valores de “y”

10 – 6x = 4x

 10 = 4x + 6x

 10 = 10x

 **x = 1**

Reemplazamos este valor x =1en la ecuación **(1)**

6(1) + y = 10

 6 + y =10

 y = 10 – 6

**y = 4**

Verifiquemos

En la ecuación **(1)** en la ecuación **(2)**

6(1) + 4 = 10 4(1) – 4 = 0

 10 =10 0 =0

**Resolvamos situaciones**

Plantear las ecuaciones y resolverlas por igualación:

El doble de un número menos otro número es igual a 7 y el primer número más el triple del segundo número es igual a 14

**Solución**

Sea x el primer número

Sea y el otro número

2x - y = 7

x + 3y = 14

Despejamos x en ambas ecuaciones y tenemos que:

x = (7 + y) / 2

x = 14 – 3y

Igualamos las expresiones anteriores

7 + y = 28 -6y

y + 6y =28 – 7

7y = 21

y =21 / 7

y = 3

Como y = 3, lo sustituimos en alguna de las ecuaciones para hallar el valor de “x”.

Tomando por ejemplo la segunda ecuación tenemos que:

x + 3(3) = 14, entonces x = 5

Luego, los valores que buscábamos eran: y = 3; x = 5, **S = {5, 3}**

Para empezar con éste método realicemos un ejemplo detallado:

Resolvamos el siguiente sistema de ecuaciones lineales por el método de sustitución

 x +3y = 6 **(1)**

 5x -2y = 13 **(2)**

* 1. Despejemos una cualquiera de las variables, en una de las ecuaciones, despejemos x en la ecuación **(1)**

 x = 6 – 3y

* 1. El valor obtenido lo SUSTITUIMOS en la otra ecuación, es decir, en este caso en la ecuación **(2)**

 5(6 – 3y) – 2y = 13

Como ya tenemos una ecuación con una variable, resolvámosla:

 30 – 15y – 2y =13

 -15y -2y =13 -30

 -17y = -17

 y = -17 / -17

 **y = 1**

* 1. Ahora reemplazamos el valor que acabamos de obtener, y = 1, en cualquiera de las ecuaciones dadas, hagámoslo en la ecuación **(1)**

x + 3(1) = 6

 x + 3 = 6

 x = 6 – 3

**x = 3**

Es decir que la solución de este sistema de ecuaciones es x = 3 , y = 1

**S = {3,1}**

* 1. Por último verificamos si la solución encontrada si satisface las ecuaciones dadas.

En la ecuación **(1)** En la ecuación **(1)**

3 + 3(1) = 6 5(3) – 2(1) = 13

 3 + 3 = 6 15 – 2 = 13

 6 = 6 13 = 13

¡IDENTIDAD! ¡IDENTIDAD!

**PARA TENER EN CUENTA AL USAR EL MÉTODO DE SUSTITUCIÓN**

* + 1. Despejamos una variable de una cualquiera de las dos ecuaciones dadas.
		2. SUSTITUIMOS el valor obtenido anteriormente en la otra ecuación del sistema y despejamos la variable.
		3. Reemplazamos el valor encontrado en el paso anterior en una de las ecuaciones originales, para hallara el valor de la otra variable.
		4. Escribimos la solución y verificamos su validez, reemplazando los valores hallados en las ecuaciones originales

**Ejemplo**

 1 x - 1 y = 1 **(1)**

 4 4

 4 x + 1 y = 2 **(2)**

 3 3

Despejemos una cualquiera de las variables, en una de las ecuaciones, despejemos x en la ecuación **(1)**

 1 x = 1 y + 1

4 4

 x = 4(1 y + 1)

4

 x = 4+ 4 y

4

 **x = 4 + y**

Este valor obtenido lo SUSTITUIMOS en la otra ecuación, es decir, en este caso en la ecuación **(2)**

4 (4 + y) + 1 y = 2

3 3

 Como ya tenemos una ecuación con una variable, resolvámosla:

 16 + 4y + 1 y = 2

 3 3 3

 16 + 1 y = 2- 16

3 3 3

 5y = 6 - 16

 3 3

 5y = - 10

3 3

 y = 3(-10/3)

5

**y = -2**

Ahora reemplazamos el valor que acabamos de obtener, y = -2, en cualquiera de las ecuaciones dadas, hagámoslo en la ecuación **(1)**

 1 x - 1 (-2) = 1

 4 4

 1 x + 2= 1

 4 4

 1 x = 1 - 1

 4 2

 1 x = 1

 4 2

 x = 4

2

 **x = 2**

Es decir que la solución de este sistema de ecuaciones es x = 2, y = -2, **S = {2, -2}**

**OTROS EJEMPLOS:**

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales utilizando el método de sustitución:

1. 2x + y = 7 (1) 2. 4x + 5y = 5 (1)

 3x – y = 3 (2) -10y – 4x = -7 (2)

**SOLUCIÓN**

1. Despejemos “y” en la ecuación (1)

 y = 7 – 2x

* SUSTITUYAMOS este valor de “y” en la ecuación (2).

 3x – (7 – 2x) = 3

* Ahora despejemos x: 3x – 7 + 2x = 3

 3x + 2x = 3 +7

 5x = 10

 x = 10/5 =>x = 2

* Reemplazamos este valor de x en la ecuación (1):

 2(2) + y = 7

 4 + y = 7

 y = 7 – 4 =>y = 3

* Verificamos si estos valores satisfacen las ecuaciones dadas.

En la ecuación (1) En la ecuación (2)

2(2) + 3 = 7 3(2) – 3 = 3

 4 + 3 = 7 6 – 3 = 3

 7 = 7 3 = 3

¡IDENTIDAD! ¡IDENTIDAD!

1. Despejemos x en la ecuación (1)

 4x = 5 – 5y

 

* SUSTITUYAMOS éste valor de x en la ecuación (2).



 -5 +5y – 10y = - 7

 5y – 10y = -7 + 5

 -5y = -2

 y = =>y = 

* Reemplacemos éste valor de “y ”en la ecuación (1).

 

 4x + 2 = 5

 4x = 5 – 2

 x = ¾

Iniciaremos éste método con un ejemplo el cual es un sencillo problema atribuido a Euclides, esto con el propósito de que los estudiantes comprendan que los sistemas de ecuaciones lineales se pueden aplicar para dar solución a situaciones de la vida cotidiana.

**Resolvamos situaciones**

*“Un caballo y un burro caminaban juntos llevando sobre sus lomos pesados sacos. Lamentábase el caballo de su enojosa carga, a lo que el burro repuso: ¿de qué te quejas?, si yo te tomara un saco, mi carga sería el doble de la tuya; en cambio, si te doy un saco tu carga se igualará a la mía”. Decidme entonces ¿cuántos sacos llevaba el caballo y cuántos el burro?*

**SOLUCIÓN**

Llamemos “x” al número de sacos que lleva el caballo

 “y” al número de sacos que lleva el burro

Si el burro tomara un saco del caballo, entonces el burro quedaría con **y + 1** sacos y el caballo con **x – 1** sacos.

En éstas condiciones, la carga del burro es el doble de la carga del caballo, por lo tanto:

y + 1 = 2(x – 1)

En cambio, si el burro le da un saco al caballo, entonces el burro quedaría con **y – 1** sacos y el caballo con **x + 1** sacos y ambos tendrían la misma carga; es decir:

y – 1 = x + 1

De esta manera para resolver el problema, debemos resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

 y + 1 = 2(x – 1)

 y – 1 = x + 1

Organizando tenemos que:

y + 1 = 2x – 2

y – 1 = x + 1

Luego:

 -2x + y = -3 **(1)**

 -x + y = 2 **(2)**

Para resolver éste sistema de ecuaciones, vamos a aplicar el método de Reducción o eliminación. Para ello debemos entonces, eliminar una de las dos variables, esto lo podemos hacer multiplicando por ejemplo la ecuación **(2)** por -1 y entonces tenemos que:

x – y = -2

Ahora sumamos miembro a miembro las dos ecuaciones, así:

-2x + y = -3

 x - y = -2

 -x = -5 es decir, que **x = 5**

Reemplazamos este valor de “x” en la ecuación (1) y despejamos “y”:

-2(5) + y = -3

 -10 + y = -3

 y = -3 + 10

 **y = 7**

Por último verificamos si los valores obtenidos de “x” y de “y” satisfacen las ecuaciones planteadas:

En la ecuación (1) En la ecuación (2)

-2(5) + 7 = -3 -5 + 7 = 2

 -10 + 7 = -3 2 = 2

 -3 = -3 ¡IDENTIDAD!

¡IDENTIDAD!

Como “x”era el número de sacos que llevaba el caballo y encontramos que x = 5, entonces podemos decir que el caballo llevaba 5 sacos, y como “y” era el número de sacos que llevaba el burro y encontramos que y = 7, entonces podemos decir que el burro llevaba 7 sacos.

**Ejemplo 2**

Resolvamos el siguiente sistema de dos ecuaciones lineales con dos variables por el método de reducción:

 2x + 3y = 5 **(1)**

 5x + 4y = 16 **(2)**

Como debemos eliminar una de las variables, podemos hacer lo siguiente:

Multipliquemos la ecuación (1) por 5 y la ecuación (2) por -2, para eliminar la variable “x”. O también, podemos multiplicar la ecuación (1) por 4 y la ecuación (2) por -3 para eliminar la variable “y”.

Eliminemos la variable “x”

10x + 15y = 25

-10x – 8y = -32 Restando miembro a miembro ambas ecuaciones tenemos:

 7y = -7

Luego: **y = -1**

 Reemplazando éste valor de “y” en la ecuación (1) tenemos que:

2x + 3(-1) = 5

 2x – 3 = 5

 2x = 5 + 3

 2x = 8

 x = 8/2

**x = 4**

Luego el conjunto solución es S = {4, -1}

**Resolvamos situaciones**

Plantear las ecuaciones y resolver utilizando el método de reducción.

“el doble de “x” más “y” es igual a 7 y “x” más el triple de “y” es igual a 11”.

**Solución**

Observemos una de las posibles maneras de resolver este ejercicio:

Planteando las ecuaciones tenemos que:

 2x + y = 7 (1)

 x + 3y = 11 (2)

Para resolver éste sistema multipliquemos la ecuación (1) por -3 entonces:

-3(2x + y) = -3(7) ; Entonces -6x – 3y = -21

Ahora sumando miembro a miembro ambas ecuaciones tenemos que:

-6x - 3y = -21

 x + 3y = 11

 -5x = -10 entonces: x = -10/ -5 ; **x = 2**

Reemplazando “x” en la ecuación (1) se tiene que:

2(2) + y = 7

 4 + y = 7

 **y = 3**

Es decir, que el conjunto solución es: **S = {2, 3}**

Por último se verifica:

En la ecuación (1) En la ecuación (2)

2(2) + 3 = 7 2 + 3(3) = 11

4 + 3 = 7 2 + 9 = 11

7 = 7 11= 11

¡IDENTIDAD! ¡IDENTIDAD!

**EJEMPLO**

Resolver el siguiente sistema de dos ecuaciones lineales con dos variables por el método gráfico, de igualación, de sustitución y por el de reducción.

 -2x + y = -3 (1)

 -8x + 3y = -13 (2)

**MÉTODO GRÁFICO**

Despejemos “**y”** en ambas ecuaciones:

En la ecuación **(1)** En la ecuación **(2)**

**y = - 3 + 2x** 3y = -13 + 8x

 ****

* Realicemos las tablas de valores.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **x** | 1 | 2 |
| **y** | -1 | 1 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **x** | 0 | 2 |
| **y** | -4.33 | 1 |

* Organicemos los pares ordenados

(1, -1), (2, 1)

(0, -4.33), (2, 1)

* Realicemos la gráfica

****

Podemos concluir que el sistema tiene solución única.**S = {2, 1}**

**MÉTODO DE IGUALACIÓN**

Como en el método anterior despejamos la “y”, de ambas ecuaciones, entonces ahora igualemos los valores obtenidos:



Despejemos “x”:

 6x – 9 = 8x -13

6x – 8x = -13 + 9

 -2x = -4

 x = -4 / -2

**x = 2**

Ahora reemplazamos el valor de “x” en una de las ecuaciones dadas, hagámoslo en la ecuación (1) y hallemos el valor de “y”:

-2(2) + y = -3

 - 4 + y = -3

 y = -3 +4

 **y = 1**

Luego, el conjunto solución es **S = {2, 1}**

Esta solución la podemos verificar en la gráfica realizada anteriormente.

**MÉTODO DE SUSTITUCIÓN**

Aprovechemos que ya tenemos la “y” despejada, entonces tomemos el valor de “y”obtenido para la ecuación (1) **y = - 3 + 2x** y sustituyámoslo en la ecuación (2):

-8x + 3(-3 + 2x) = -13

-8x – 9 + 6x = -13

 -8x + 6x = -13 + 9

 -2x = -4

**x = 2**

Para obtener el valor de “y”, se hace lo mismo que en el método anterior, reemplazamos el valor de “x” en una de las ecuaciones dadas.

-2(2) + y = -3

 - 4 + y = -3

 y = -3 +4

 **y = 1**

Y nuevamente podemos comprobar que la solución del sistema de dos ecuaciones lineales con dos variables es **S = {2, 1}**

**MÉTODO DE REDUCCIÓN**

Existen diversas maneras de eliminar una de las variables, hagámoslo multiplicando la ecuación (1) por -4

8x – 4y = 12

Ahora sumemos miembro a miembro ambas ecuaciones:

 8x – 4y = 12

-8x + 3y = -13

 -y = - 1 Entonces **y = 1**

Ahora reemplacemos este valor en una de las ecuaciones dadas, en (1), y hallemos “x”:

-2x + 1 = -3

 -2x = -3 – 1

 -2x = -4

 x = -4 / -2

**x = 2**

**Conclusión**

Todo esto nos demuestra que sin importar que método se utilice para solucionar sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, la solución es siempre la misma.

**Resolvamos Situaciones…**

La diferencia de dos números es 40 y 1/8 de su suma es 11. Hallar los números.

Llamemos x al número mayor

y al número menor

Planteando las ecuaciones tenemos que:

 x – y = 40 (1)

 (2)

Resolvamos este sistema utilizando el método de reducción, para ello multipliquemos la ecuación (2) por 8



Ahora sumemos miembro a miembro las ecuaciones:

x – y = 40

x + y = 88

2x = 128 Entonces**x = 64**

Reemplazando este valor en la ecuación (1) obtenemos que:

64 – y = 40

 -y = -24

**y = 24**

Luego, los números que buscábamos eran el 64 y el 24. Los estudiantes deberán verificarlo.



**Resolvamos Situaciones…**

Juan compró 2 lápices y 3 borradores por $850 y Luis compró 3 lápices y 4 borradores por $1200. ¿Cuáles son los precios de UN lápiz y el de UN borrador?

Sea x = precio de un lápiz

 y = precio de un borrador

Planteando las ecuaciones se tiene que:

 2x + 3y = 850 **(1)**

 3x + 4y = 1200 **(2)**

Resolvamos este sistema utilizando el método de igualación:

Despejemos “x”de ambas ecuaciones:

En la ecuación (1) En la ecuación (2)

2x = 850 – 3y 3x = 1200 – 4y

 

Ahora igualemos las expresiones obtenidas anteriormente:



3(850 - 3y) = 2(1200 – 4y)

 2550 – 9y = 2400 – 8y

**y = 150**

Reemplazando y = 150en la ecuación (1) tenemos que:

2x + 3(150) = 850

 2x = 850 – 450

 2x = 400

**x = 200**

 Luego, el precio de un lápiz es $200 y el precio de un borrador es $150. ¡Compruébalo!

**Resolvamos Situaciones…**

Los 3/10 de la suma de dos números exceden en 6 a 39 y los 5/6 de su diferencia son 1 menos que 26. Hallar los números.

Sea x = número mayor

 y = número menor

Planteando las ecuaciones tenemos que:

 

Es decir:

 3x + 3y = 450 (1)

 5x – 5y = 150 (2)

Resolvamos éste sistema de ecuaciones lineales por el método de sustitución.

Despejemos entonces “x” en la ecuación (1):

3x = 450 – 3y

 x = 450 – 3y

 3

 x = 150 – y

SUSTITUYAMOS este valor en la ecuación (2)

5(150 – y) – 5y = 150

 750 – 5y – 5y = 150

 -10y = -600

 **y = 60**

Reemplazando y = 60 en la ecuación (1)

3x + 3(60) = 450

 3x = 450 – 180

 x = 270/3

**x = 90**

Entonces los números que buscábamos son el 90 y el 60. ¡COMPRUEBALO!

Antes de iniciar el método de determinantes consideraremos primero las ideas de qué es una matriz, tipos de matrices, determinante de una matriz...

**MATRIZ**

Una matriz es un arreglo de números dispuestos en forma horizontal y vertical, estos números se colocan entre barras. El arreglo de números horizontal lo llamamos ***fila*** y el vertical ***columna***.

Si la matriz posee m filas y n columnas, se dice que tiene orden m x n; y cuando m = n decimos que la matriz es cuadrada y de orden n.

Sea A =  una matriz de segundo orden (2 filas y 2 columnas), entonces el ***determinante de A***, denotado por ***detA****ó*  es:

det A =  = ad – bc

Es decir, en una matriz de segundo orden, el determinante se calcula así:

det A =  = ad – bc ;

**ad** es el producto de los elementos de la diagonal principal

**bc**es el producto de los elementos de la diagonal secundaria

**EJEMPLOS**

1. 2 4 Primera fila

 3 1 Segunda fila

 Primera Segunda

 Fila Fila

1. Calcular el determinante de las siguientes matrices:
	1. A = 

**Solución**

**Det A =**  = (4).(3)– (2).(5) = 12 – 10 = 2; luego Det. A = 2

* 1. B = 

**Solución**

**Det. B =**  = (7).(-2) – (5).(9) = -14 – 45 = -59; Luego Det. B = -59

Dado el sistema de ecuaciones:

 a1x + b1y = c **(1)**

 a2x + b2y = d **(2)**

Con a1, a2, b1, b2, c, d, números reales, se cumple que:

x = ; y = 

Éste método recibe el nombre de REGLA DE CRAMER.

**Ejemplo:**

Resolver los siguientes sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables utilizando la Regla de Cramer.

1. 6x - 3y = 6 (1)

 -3x + 9y = 5 (2)

x = =  Luego **x = **

y =  =  Luego **y =** 

**COMPROBEMOSLO**

En la ecuación (1) En la ecuación (2)

 

**6 = 6 5 = 5**

**¡IDENTIDAD! ¡IDENTIDAD!**

**NOTA:** El siguiente ejercicio se realizará entre estudiantes y la profesora o si algún estudiante desea realizarlo, podrá hacerlo y se le tendrá en cuenta su participación.

**Ejemplo**

Resolver utilizando regla de Cramer

 x – y = 4

 5x – y = 0

**Solución**

x = =  Luego **x = -1**

y =  =  Luego **y = - 5**

**Resolvamos Situaciones…**

El perímetro de un rectángulo es 108 cm. El largo es 2 cm. más que el triple del ancho. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?



Sea a = ancho del rectángulo

 l = largo del rectángulo

Planteando las ecuaciones tenemos que:

2a + 2l = 108

 l = 3a + 2

Es decir:

 2a + 2l = 108

 -3a + l = 2

Resolvamos este sistema utilizando el método de determinantes (regla de Cramer).

 Luego a = 13

 Luego l = 41

Entonces el ancho del rectángulo es 13 cm. y el largo es 41cm.

**ECUACIONES SIMULTÁNEAS DE PRIMER GRADO CON TRES O MÁS INCÓGNITAS**

# Solución De Un Sistema De Tres Ecuaciones Con Tres Incógnitas

Para resolver un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas se procede de este modo:

* Se combina dos de las ecuaciones dadas y se elimina una de las incógnitas (lo más sencillo es eliminarla por suma o resta, es decir, por el método de reducción) y con ello se obtienen una ecuación con dos incógnitas.
* Se combina la tercera ecuación con cualquiera de las otras dos ecuaciones dadas y se elimina entre ellas la misma incógnita que se eliminó antes, obteniéndose otra ecuación con dos incógnitas.
* Se resuelve el sistema formado por las dos ecuaciones con dos incógnitas que se han obtenido, hallando de este modo, dos de las incógnitas.
* ![MCj03553230000[1]]()Los valores de las incógnitas obtenidos se sustituyen en una de las ecuaciones dadas de tres incógnitas, con lo cual se halla la tercera incógnita.

**Ejemplo:**

Resolver el siguiente sistema

 x + 4y – z = 6 (1)

 2x + 5y – 7z = -9 (2)

 3x - 2y + z = 2 (3)

Combinamos las ecuaciones (1) y (2) y eliminamos la incógnita x. Multiplicando la ecuación (1) por 2 se tienen:

 2x + 8y – 2z = 12

-2x - 5y + 7z = 9 .

 3y + 5z = 21 (4)

Combinamos la tercera ecuación (3) con cualquiera de las otras dos ecuaciones dadas. Vamos a combinarla con (1) para eliminar la x. Multiplicando (1) por 3 tenemos:

 3x + 12y – 3z = 18

-3x - 2y - z = -2 .

 14y - 4z = 16 (5)

Ahora tomamos las dos ecuaciones con dos incógnitas que hemos obtenido (4) y (5), y formamos un sistema.

3y + 5z = 21 (4)

 14y - 4z = 16 (5)

![MCj02321330000[1]]()Para resolver este sistema, vamos a eliminar la incógnita z multiplicando la primera ecuación por (4) y la segunda por (5).

 12y + 20z = 84

 70y – 20z = 80

 82y = 164

 y = 2

Sustituyendo y = 2 en (5) se tiene

 14 (2) - 4z =16

 28 - 4z = 16

 z = 16 – 28

 -4

 z = -12 z = 3

 -4

Sustituyendo y = 2, z = 3 en cualquiera de las tres ecuaciones dadas, por ejemplo en (1), se tiene:

 x + 4(2) - 3 = 6

 x + 8 – 3 = 6

 x = 1

**Resolvamos Situaciones…**

La diferencia de dos números es 14 y 1 de su suma es 13. Hallar los números.

 4

Sea: x = El número mayor

 y = El número menor

De acuerdo con las condiciones del problema, tenemos el sistema:

 x – y = 14

 x + y = 13

 4

Pasando el numerador de la segunda ecuación (4) al otro lado de la ecuación a multiplicar, y sumando obtenemos:

x – y = 14

 x + y = 52

2x = 66

 x = 33

Sustituyendo x = 33 en (1)

 33 – y = 14

 y = 19

**BIBLIOGRAFÍA**

|  |
| --- |
| RODRÍGUEZ, Benjamín P., Et Al, Matemáticas. s.l. Prentice Hall, 2000.URIBE, Julio A., ORTIZ, Marco T., Matemática Experimental 9. s.l.: Uros Editores, 2005, segunda ediciónARDILA, Víctor H., Olimpìadas Matemáticas 9. s.l.: Voluntad, 1999TORRES, Blanca N., Et Al, Supermat Matemáticas. s.l. Voluntad 2000BALDOR, A. Álgebra. S.l. Ediciones y Publicaciones Preludio, 1996ENCARTA, Biblioteca de Consulta 2006. |

**CIBERGRAFÍA**

|  |
| --- |
| * [http://es.wikibooks.org/wiki/Matem%C3%A1ticas\_C3%A9tica#Radicales](http://es.wikibooks.org/wiki/Matem%C3%A1ticas_C3%EF%BF%BDtica#Radicales)
* <http://personal5.iddeo.es/ztt/Tem/T6_Matrices.htm>
* <http://descartes.cnice.mecd.es/4a_eso/Ecuacion_de_segundo_grado/ecuacion.htm>
 |